Mathématiques

Fonctions

Une bouteille de vin d’Alsace vide et son bouchon pèsent ensemble 370 grammes. La bouteille pèse 360 grammes de plus que le bouchon.

1. Le bouchon pèse 10 grammes
2. Le bouchon pèse 5 grammes
3. Deux bouteilles pèsent ensemble 735 grammes
4. Deux bouteilles et un bouchon pèsent ensemble 735 grammes

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☒

Il ne faut pas se précipiter sur la réponse 1). On prend le temps de poser B le poids (en grammes) de la bouteille, b le poids du bouchon. On a $B+b = 370$ et $B = b + 360$. Cela donne $b = 5$ et $B = 365$. Deux bouteilles pèsent ensemble $2B = 730$ grammes, deux bouteilles et un bouchon pèsent ensemble $2B+b = 735$ grammes.

Mathématiques

Equations, Inéquations

Soit le système d'équations $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 6y = -3 \end{cases}$

1. Les solutions du système sont x=2, y=-1 et x=-1, y=0
2. La solution du système est x=7, y=4
3. Le système admet une infinité de solutions
4. Le système n'admet pas de solution

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

Faire le lien avec les équations de droites : la droite d'équation $x - y - 3 = 0$ coupe-elle celle d'équation $3x - 6y + 3 = 0$?

Mathématiques

Fonctions

La courbe représentative de la fonction $f : x \to \frac{x^2-1}{x^2+1}$ a l'allure

1.
2.
3.
4.

Mathématiques

Réponses $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$ $4 : \square$

On constate déjà que f est continue comme quotient de deux fonctions continues, avec celle au dénominateur ne s'annulant pas ($x^2 + 1 > 0$). On peut donc exclure les courbes (3) et (4). Pour tout réel x, $f(x) = f(-x)$, donc f est paire, et l'axe des ordonnées est un axe de symétrie de la courbe représentative, ce qui n'est pas le cas de la courbe (1). La bonne courbe représentative est la courbe (2). On pouvait aussi constater que $f(x) > 0$ quand $x < -1$.

Mathématiques

Suites

Si r est un réel différent de 1, la somme 1+r+r^2+...+r^n (où $n \in \mathbb{N}$) peut aussi s'écrire :

1. $\frac{1-r^{n+1}}{1-r}$
2. $\frac{1-r^{n-1}}{1-r}$
3. $\frac{1}{1-r}$
4. $\frac{r^n r^{n+1}}{2}$

Mathématiques

Réponse

1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐
4 : ☐

C'est la formule qui donne la somme des termes d'une suite géométrique à connaître ...

Géométrie

On considère deux points du plan : A de coordonnées $(2;0)$. B de coordonnées $(0;-1)$. La longueur du segment $[AB]$ est :

1. $5\sqrt{2}$
2. $\sqrt{5}$
3. 3
4. $\frac{10}{\sqrt{2}}$

Mathématiques

Réponse

1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

Appliquer la formule de la distance entre deux points.
Il faut faire une figure, puis appliquer le théorème de Pythagore, par exemple.

Mathématiques

Géométrie

Soit A un point de l'espace donné. L'ensemble des points M de l'espace vérifiant $AM = 3$ est

1. Une surface
2. Un volume
3. Une courbe
4. Le cercle de centre A et de rayon 3
5. La sphère de centre A et de rayon 3

Mathématiques

Réponses

1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐
4 : ☐ 5 : ☒

L'ensemble des points de l'espace équidistants d'un point donné est une surface de l'espace et non un volume. Il s'agit d'une sphère.

Mathématiques

Fonctions

L'expression $x^3 - 2(x^2 + 2x - 4)$ est égale à

1. $(x-2)(x+2)^2$
2. $(x-2)^2(x+2)$
3. $x^3 - 2(x-2)^2$
4. $(x-2)^3 + 4(x-2)^2$

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☒

Il est plus facile de développer que de factoriser. $x^3 - 2(x^2 + 2x - 4) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$, par ailleurs $(x-2)^2(x+2) = (x-2)(x+2)(x-2) = (x-2)(x^2-4) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$: la réponse 2) est juste. On a aussi $(x-2)^3 + 4(x-2)^2 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 4x^2 - 16x + 16 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$. On vérifie enfin que les quantités 1) et 3) sont différentes de $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Intégration

Parmi les propositions ci-dessous, choisissez la bonne réponse. La valeur de $I = \int_0^1 dt$ est :

1. 1
2. 0
3. $\frac{1}{2}$

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

$I = \int_0^1 dt = \int_0^1 1dt$
Or une primitive F de la fonction f définie sur $[0;1]$ par $f(t) = 1$ est $F(t) = t$.
On obtient alors :
$I = \int_0^1 dt = \int_0^1 1dt = [t]_0^1 = 1$
On peut aussi trouver le résultat graphiquement. Dans un repère orthonormé, I correspond à l'aire du carré délimité par l'axe des abscisses et les droites d'équation $y = 1$; $x = 1$ et $x = 0$.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Fonctions

Compléter : $e^{-2\ln 3}$ = ?

1. 1/9
2. 9
3. -9
4. -6

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☐

On peut écrire l'expression sous la forme $\frac{1}{(e^{\ln 3})^2}$

L'équation $e^{3x} + e^{-x} = 1$ est équivalente à

1. $e^{4x} - e^{x} + 1 = 0$
2. $2x = \ln 1$
3. $e^{3x+(-x)} = 1$

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

1. On multiplie à gauche et à droite par e^x puis on fait passer le terme e^x à gauche.

L'erreur récurrente consiste ici à "simplifier les exponentielles" en appliquant le logarithme népérien. Mais le logarithme d'une somme reste le logarithme d'une somme.

Suites

La suite définie pour tout n par $u_n = \sum_{k=0}^{k=n} n$ a pour autre écriture :

1. $n(n+1)$
2. $0 + 1 + 2 + 3 + ... + n$
3. n^2

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

Il ne faut bien entendu pas confondre le compteur k et la variable n ... On somme ici $n+1$ fois le nombre n

Suites

La suite définie pour tout n par $u_n = \sum_{k=0}^{k=n} k$ a pour autre écriture :

1. $n(n+1)$
2. $0+1+2+3+.....+n$
3. n^2

Mathématiques

Réponse 1 : $\square$ 2 : $\boxtimes$ 3 : $\square$

Il ne faut bien entendu pas confondre le compteur k et la variable n ... Il s'agit ici de la somme $0 + 1 + 2 + \cdots + n$

Fonctions

Le nombre $\sqrt{2+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt{2-\sqrt{2}}$ est égal à

1. 4
2. -2
3. $\sqrt{2}$
4. $2\sqrt{2}$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☐

On se sert des identités suivantes :
$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (pour $a, b \geq 0$)
$(u+v)(u-v) = u^2 - v^2$ (pour tous u, v)
$\sqrt{2+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$ (première identité), or $(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = 4-2 = 2$ (deuxième identité) d'où $\sqrt{2+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

uniscle
les sciences, l'essentiel

Fonctions

On donne f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x+3|$

1. Pour tout x réel, on a $f(x) = x + 3$
2. Pour tout x réel on a : $f(x) = -x - 3$
3. pour tout $x \geq -3$ on a $f(x) = x + 3$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒

La valeur absolue de «quelque chose» est égale à ce «quelque chose» s'il est positif.

uniscle
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Fonctions

L'expression $(x-1)(x^2+3)+x^2-2x+1$ est égale à

1. $(x-1)(x^2+x+2)$
2. x^3+x-2
3. x^3+2x^2+x-2
4. $(3x+3)(x^2+3)$

Mathématiques

Réponses

1 : ☒ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

On développe : $(x-1)(x^2+3)+x^2-2x+1 = x^3-x^2+3x-3+x^2-2x+1 = x^3+x-2$. En développant l'expression 1), on trouve aussi cette expression : $(x-1)(x^2+x+2) = x^3+x-2$. On vérifie que l'expression 4) n'est pas égale à cette quantité en la développant.

Mathématiques

Fonctions

Pour tout x de $\mathbb{R}$ on pose $f(x) = \ln(e^x + e^{-2x})$ On a $\forall x \in \mathbb{R}$

1. $f(x) = x + \ln(1 + e^{-3x})$
2. $f(x) = -x + \ln(1 + e^{-x})$
3. $f(x) = -x$

Réponse 1 : $\boxtimes$ 2 : $\square$ 3 : $\square$

On a $\ln(e^x + e^{-2x}) = \ln(e^x(1 + e^{-3x})) = \ln(e^x) + \ln(1 + e^{-3x}) = x + \ln(1 + e^{-3x})$.

Equations, Inéquations

Soit le système d'équations $\left\{ \begin{array}{r} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = -3 \end{array} \right.$

1. Les solutions du système sont x=1, y=-1 et x=-1, y=0
2. La solution du système est x=1,y=-1
3. Le système admet une infinité de solutions
4. Le système n'admet pas de solutions

Mathématiques

Réponses $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \square$ $4 : \boxtimes$

Faire le lien avec les équations de droites : la droite d'équation $x - 2y - 3 = 0$ coupe-elle celle d'équation $3x - 6y + 3 = 0$?

Mathématiques

Polynomes

On considère la fonction polynomiale f définie par $f(x) = x^3 + 3x + 4$.
L'équation $f(x) = 0$

1. admet trois solutions réelles distinctes
2. n'admet aucune solution réelle
3. n'admet aucune solution réelle positive
4. admet une unique solution réelle

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Réponses $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \square$ $4 : \boxtimes$

La fonction f est dérivable de dérivée $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ donc est strictement croissante. De plus elle tend vers $-\infty$ quand $x \to -\infty$ et vers $+\infty$ quand $x \to +\infty$, donc par le théorème des valeurs intermédiaires, elle s'annule au moins une fois. Elle ne peut pas s'annuler plus d'une fois car elle est strictement croissante. D'où la réponse 4). La réponse 3) est fausse car pour $x \geq 0$, $f(x) \geq 4$.

Fonctions

L'expression $\frac{ab^2+b^2-a-1}{b+1}$, pour $b \neq 1$, est égale à :

1. $\frac{(a-1)(b^2-1)}{b+1}$
2. $(a+1)(b-1)$
3. $(a-1)(b+1)$
4. $ab-b+a-1$

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

On factorise par b^2-1: $ab^2+b^2-a-1=(b^2-1)(a+1)$. On utilise l'identité remarquable $b^2-1=(b-1)(b+1)$: $ab^2+b^2-a-1=(b-1)(b+1)(a+1)$. En divisant par $(b+1)$, il reste $(a+1)(b-1)$.

Intégration

Soit x un nombre réel. L'intégrale $I = \int_0^1 e^x \, dt$ est égale à

1. e^x
2. $e - 1$
3. te^x
4. $e^x - 1$

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☐

Attention à la variable d'intégration, qui est ici t : par rapport à t, e^x est une constante et une primitive de $t \mapsto e^x$ est $t \mapsto te^x$...

Suites

La limite $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2+2}{n^2+1}$:

1. n'est pas définie
2. est égale à $+\infty$
3. est égale à 1
4. est égale à 2

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☐

On peut factoriser par n^2: $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2+2}{n^2+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1+2/n^2}{1+/n^2}$

Comme le numérateur et le dénominateur tendent vers 1, la limite recherchée est $1/1 = 1$.

Mathématiques

Fonctions

Le domaine de définition de la fonction f de la variable réelle définie par $f : x \mapsto \ln(\sqrt{x} - \sqrt{2-x})$ est

1. $\mathbb{R}_+$
2. $]1,2]$
3. $[1,2]$
4. $[0,2]$

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$ $4 : \square$

On note D le domaine de définition.
La fonction racine étant définie sur $\mathbb{R}_+$ il faut $x \geq 0$ et $2 - x \geq 0$, c'est-à-dire $x \geq 0$ et $x \leq 2$, d'où D inclus dans $[0, 2]$
$\ln$ est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ il faut $\sqrt{(x)} - \sqrt{(2 - x)} > 0$, ce qui équivaut à $x > 2 - x$ (car x et $2 - x$ sont positifs), soit $x > 1$. Ainsi $D \subset]1, 2]$. On a bien pour tout $x \in]1, 2]$ que $f(x)$ est bien défini : $D =]1, 2]$.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Suites

On considère la suite de réels $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$ si u_n est pair et $u_{n+1} = 3u_n + 1$ sinon

1. La suite (u_n) est croissante

convergente

2. On a $u_5 = 1$
3. La suite (u_n) est
4. La suite(u_n) est bornée

Mathématiques

Réponses $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$ $4 : \boxtimes$

On peut calculer les premiers termes : $u_0 = 5$, $u_1 = 3 \times 5 + 1 = 16$ car 5 est impair, $u_2 = 16/2 = 8$ car 16 est pair, $u_3 = 4$, $u_4 = 2$, $u_5 = 1$. On a ensuite $u_6 = 4$, $u_7 = 2$, $u_8 = 1$, et ainsi de suite : par récurrence, on montre que $u_{3n} = 4$, $u_{3n+1} = 2$, $u_{3n+2} = 1$ pour tout $n \geq 1$. Cela permet de cocher les bonnes réponses.

Mathématiques

Fonctions

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on définit les fonctions $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ et $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a

1. $(\cosh(x))^2 + (\sinh(x))^2 = 1$
2. $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$
3. $\sinh(2x) = \cosh(x)\sinh(x)$
4. $\cosh(2x) = (\cosh(x))^2 + (\sinh(x))^2$

Mathématiques

Réponses

$1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$ $4 : \boxtimes$

On a $(\cosh(x))^2 = \frac{(e^x+e^{-x})^2}{4} = \frac{e^{2x}+2+e^{-2x}}{4}$. De même, $(\sinh(x))^2 = \frac{(e^x-e^{-x})^2}{4} = \frac{e^{2x}-2+e^{-2x}}{4}$.
Ainsi $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$ (par contre $(\cosh(x))^2 + (\sinh(x))^2 \neq 1$ quand $x = 1$ par exemple).
$\cosh(x)\sinh(x) = \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{4} = \frac{\sinh(2x)}{2}$, et non $\sinh(2x)$.
$(\cosh(x))^2 + (\sinh(x))^2 = \frac{e^{2x}+2+e^{-2x}}{4} + \frac{e^{2x}-2+e^{-2x}}{4} = \frac{e^{2x}+e^{-2x}}{2} = \cosh(2x)$.

Mathématiques

Fonctions

L'expression algébrique $[(a+b)^2-(b-c)^2+(a+c)^2-2a^2]$ est égale à

1. $2ab-2bc+2ac-a^2$
2. $2ab+2bc+2ac$
3. $ab+ac-a^2$
4. $-2a^2$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

On applique les identités remarquables $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ et $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Cela donne :

$(a+b)^2 - (b-c)^2 + (a+c)^2 - 2a^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (b^2 - 2bc + c^2) + a^2 + 2ac + c^2 - 2a^2$

$(a+b)^2 - (b-c)^2 + (a+c)^2 - 2a^2 = 2ab + 2bc + 2ac$

Géométrie

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ si et seulement si

1. $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$
2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒

Il n'y a pas de raison que cela soit différent du produit scalaire dans le plan. On peut aussi se rappeler du fait que $\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| ||\vec{v}|| \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ où $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ est l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ (dans le plan défini par ces deux vecteurs, lorsqu'ils ne sont pas colinéaires).

Fonctions

Pour tout réel q différent de 1, la somme $q + q^2 + q^3 + q^4 + q^5 + q^6$ est égale à

1. $(q+1)^6$
2. $(q-1)(q-q^2+q^3-q^4+q^5-q^6)$
3. $\frac{1-q^7}{1-q}$
4. $\frac{q-q^7}{1-q}$

Mathématiques

Réponses 1 : $\square$ 2 : $\square$ 3 : $\square$ 4 : $\boxtimes$

On rappelle que pour tout réel $a \neq 1$ et tout entier n, $1+a+\cdots+a^n = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$.
Ici, on a donc
$q+q^2+q^3+q^4+q^5+q^6 = q(1+q+q^2+q^3+q^4+q^5) = q\frac{1-q^6}{1-q} = \frac{q-q^7}{1-q}$.

les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Intégration

Parmi les propositions ci-dessous, choisissez la bonne réponse. Soient x et n des réels. On note $I = \int_{x}^{x^2} nt^3e^{-nt}\,dt$. Après calculs, l'intégrale I dépendra de :

1. n et x
2. n et t
3. t et x
4. uniquement n

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☐

La variable t est une variable muette, on aurait pu la remplacer par une autre lettre. Elle est amenée à disparaître à l'issue des calculs. Le résultat final sera fonction des nombres réels n et x.

Géométrie

L'intersection du plan d'équation $x + y + 3z - 5 = 0$ et de la droite $\mathcal{D}$

$$\begin{cases} x &= -3 - 2t \\ y &= 2t \\ z &= 1 + 2t \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

est :

1. Un point
2. une droite
3. un plan
4. l'ensemble vide

Mathématiques

Réponse

1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐
4 : ☐

Le vecteur directeur de la droite n'est pas orthogonal au vecteur normal du plan, ce qui signifie que la droite et le plan sont sécants en un point et qu'en outre la droite et que la droite n'est pas parallèle au plan.

Suites

On donne $u_n = 2n$ pour tout entier n. Soit $T_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$. On a :

1. $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. $T_n = n(n+1)$
3. $T_n = 2n(n+1)$

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$

On utilise la somme connue $0 + 1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$. On a $T_n = 2(0 + 1 + 2 + \cdots + n) = n(n+1)$.

Mathématiques

Equations, Inéquations

Soit $x \geq 1$, l'inéquation $x - 1 \leq \sqrt{x+1}$

1. implique $x(x-3) \leq 0$ lorsque $x \geq 1$
2. a pour solution $x \in [-1, 3]$
3. a pour solution $x \in [0, 3]$
4. implique $x(x-3) \leq 0$ pour tout $x \geq -1$

Mathématiques

Réponses 1 : ☒ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

Si 2 nombres a et b *positifs* sont tels que $a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$ (Les carrées de nombres positifs sont rangés comme les nombres eux-mêmes) $\sqrt{u}$ n'est définie que si $u \geq 0$.une racine carrée est toujours positive et $x - 1 \geq 0$ si et seulement si $x \geq 1$.

Dérivation

Le taux d'accroissement de la fonction f. $f(x) = \sqrt{x-1}$ en 1

1. $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$
2. $\sqrt{x-1}$

Mathématiques

Réponse $1 : \boxtimes$ $2 : \square$

Le taux d'accroissement de cette fonction en 1 est bien entendu donné par $\dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ pour tout $x > 1$

L'expression $a^2 + 1 + 2a - (a+1)(a^2 - 1)$ se factorise ou se développe en

1. $(a+1)^2(1-a)$
2. $a^3 + 2a^2 + a$
3. $3a + 2 - a^3$
4. $-(a+1)^2(a-2)$

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☒

On commence par le plus simple, développer : $a^2+1+2a-(a+1)(a^2-1) = a^2+1+2a-(a^3+a^2-a-1) = -a^3+3a+2$.
Maintenant, on voit que $-(a+1)^2(a-2) = -(a^2+2a+1)(a-2) = -a^3+3a+2$: c'est la même expression. Enfin, on vérifie que les réponses 1) et 2) sont des expressions différentes.

L'équation $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$

1. admet deux solutions réelles distinctes
2. n'admet pas de solution réelle
3. admet 1 comme solution
4. admet une infinité de solutions réelles

Mathématiques

Réponses $1 : \boxtimes$ $2 : \square$ $3 : \boxtimes$ $4 : \square$

Si on pose $Y = \sqrt(x)$ alors l'équation devient $y^2 - 3y + 2 = 0$ avec $y > 0$. 1 est solution puisque $1 - 3 + 2 = 0$.

Fonctions

Pour tous les réels a et b positifs, on a

1. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
2. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
3. $a + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
4. $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☒

La réponse 1) est fausse : $\sqrt{1+1} \neq \sqrt{1} + \sqrt{1}$. La réponse 2) est vraie ($(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2 = ab$). La réponse 3) est fausse : $1 + 1 \neq (\sqrt{1} + \sqrt{1})^2 = 4$. La réponse 4) est vraie car $\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b}$ et $\sqrt{a^2} = a$ car $a \geq 0$.

Mathématiques

Géométrie

La section des deux plans d'équations cartésiennes respectives : $2x+y-z=0$ et $x+y+z-3=0$ est :

1. L'ensemble vide
2. Un plan
3. Un point
4. Une droite

Mathématiques

Réponse

1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☒

Les vecteurs normaux respectifs sont non colinéaires, la section des deux plans est alors une droite.

Fonctions

Soient a et b deux réels positifs

1. On a $\sqrt{a}+\sqrt{b} \leq \sqrt{a+b}$
2. On a $\sqrt{a}-\sqrt{b} \leq \sqrt{a+b}$
3. Si $a \leq b$ alors $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$
4. Si $a \leq b$ alors $\sqrt{a} \geq \sqrt{b}$

Mathématiques

Réponses

1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☒ 4 : ☐

La réponse 1) est fausse : $\sqrt{1}+\sqrt{1}=2>\sqrt{1+1}$. La réponse 2) est vraie, car $\sqrt{a}-\sqrt{b}\leq\sqrt{a}$ (en effet $\sqrt{b}\geq 0$) et $\sqrt{a}\leq\sqrt{a+b}$ car la fonction racine est croissante. La réponse 3) est vraie (la fonction racine est croissante).

Mathématiques

Statistique

On suppose que X suit une loi exponentielle de paramètre λ . Comment doit-on choisir λ de telle sorte que sa moyenne soit égale à 3

1. $\lambda = \sqrt{3}$
2. $\lambda = \frac{1}{\sqrt{3}}$
3. $\lambda = 9$
4. $\lambda = \frac{1}{9}$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{\lambda}$ et moyenne $= \mathbb{E}^2(X)$

Statistique

Si A et B sont deux événements disjoints alors ils sont toujours indépendants

1. Vrai
2. Faux

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Deux événements disjoints ne sont indépendants que si l'un deux est de probabilité nulle.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Statistique

On place au hasard 10 cahiers dans 8 tiroirs (tous les cahiers peuvent être dans le même tiroir). La probabilité qu'il y ait exactement 5 cahiers dans le premier tiroir est est 0,004 à 10^{-3} près

1. VRAI
2. FAUX

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

L'expérience aléatoire est de placer un cahier. Le succès S est l'événement : « le cahier est dans le premier tiroir ». $\mathbb{P}(S) = \dfrac{1}{8}$

On répète cette expérience 10 fois, les résultats étant indépendants. On a donc un schéma de Bernoulli de paramètres $\left(10; \dfrac{1}{8}\right)$

La probabilité cherchée est $\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} \left(\dfrac{1}{8}\right)^5 \left(\dfrac{7}{8}\right)^5$ soit $252 \times \dfrac{7^5}{8^{10}}$, c'est-à-dire environ $0,004$

Statistique

Lors de l'épreuve de physique, 18 élèves parmi les 25 de la classe ont obtenu 10 ou plus. La médiane de la classe est nécessairement strictement supérieure à 10.

1. Vrai
2. Faux

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

La moyenne de la classe peut être égale à 10, par exemple si les 18 élèves mentionnés ont tous obtenus 10.

Mathématiques

Statistique

À la dernière épreuve de géographie, un groupe de neuf élèves a obtenu 10 de moyenne avec une variance égale à 10. Les rejoint le meilleur élève de la classe qui a obtenu 20. Calculer à une décimale près la variance des notes de ce groupe de dix élèves.

1. 14,1
2. 16,6
3. 18,0

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒

Notons s_1 et s_2 (resp. t_1 et t_2
$s_1 = 9 \times 10 = 90\, t_1 = s_1 + 20 = 110$
Rappelons la variance du groupe de 9 élèves est égale à 10
On en déduit :
$s_2 = (10 + 100) * 9 = 990\, t_2 = s_2 + 20^2 = 1390$
Le calcul de la variance du groupe de 10 élèves s'en déduit :
$\frac{t_2}{10} - \left(\frac{t_1}{10}\right)^2 = 139 - 11^2 = 18$

Statistique

La densité d'une variable uniforme sur l'intervalle $[-1, 3]$ vaut :

1. 4
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{1}{4}$
4. 2

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \boxtimes$ $4 : \square$

L'expression de la densité de probabilité pour une variable qui suit une loi uniforme sur un intervalle $[a, b]$ est $f(x) = \frac{1}{(b-a)}$ si x appartient à $[a, b]$

Mathématiques

Equations, Inéquations

Soient a et b des réels non nuls tels que $a > b$. On peut affirmer que :

1. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
2. $a^2 > b^2$
3. $|a| > |b|$
4. si $a > b > 0$, alors $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \square$ $4 : \boxtimes$

1. Réponse fausse : si $a = 2$ et $b = -5$, l'hypothèse est vérifiée mais la conclusion est incorrecte $(0,5 > -0,2)$.
2. Réponse fausse : si $a = 2$ et $b = -5$, l'hypothèse est vérifiée mais la conclusion est incorrecte $4 < 25$
3. Réponse fausse : si $a = 2$ et $b = -5$, l'hypothèse est vérifiée mais la conclusion est incorrecte $2 < 5$

Equations, Inéquations

Soit a un réel.

1. si $a \geq 0$, alors $a^2 \geq a$
2. si $a \geq -1$, alors $a^2 \geq -1$
3. si $-1 \leq a \leq 2$, alors $0 \leq a^2 \leq 4$
4. si $-1 \leq a \leq 2$, alors $1 \leq a^2 \leq 4$

Mathématiques

Réponses $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \boxtimes$ $4 : \square$

1. Réponse fausse : si $a = 0,5$ l'hypothèse est vérifiée mais la conclusion est incorrecte $(0,25 < 0,5)$

4. Réponse fausse : si $a = 0,5$ l'hypothèse est vérifiée mais la conclusion est incorrecte $(0,25 < 1)$

Mathématiques

Equations, Inéquations

Si x, y et z sont trois réels vérifiant

$$\begin{cases} 2x + y = 23 \\ 3y + 2z = 39 \\ x + 2y = 19 \end{cases} \quad \text{alors que vaut } x + y + z$$

1. 26
2. 16
3. 62
4. 36

Mathématiques

Réponse $1 : \boxtimes$ $2 : \square$ $3 : \square$ $4 : \square$

On commence par résoudre le système. La variable z n'intervient que sur la deuxième ligne. Il suffit de travailler sur la première et la troisième ligne pour trouver les valeurs de x et de y.
La solution est
$x = 9, \qquad y = 5, \qquad z = 12$:
Par conséquent, la somme $x + y + z$ vaut 26. *La Proposition* 26 est vraie tandis que les *Propositions* 16, 62 et 36 sont fausses.

Mathématiques

Equations, Inéquations

Si $9 < x < 20$ et $3 < y < 4$ alors

1. $12 < x + y < 24$
2. $6 < x - y < 16$
3. $3 < \frac{x}{y} < 5$
4. $27 < xy < 80$

Mathématiques

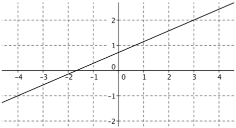
Réponses 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☒

2. Si x et y sont deux réels vérifiant respectivement $9 < x < 20$ et $3 < y < 5$ alors la différence $x - y$ peut prendre aussi bien des valeurs supérieures ou égales à 15 que des valeurs inférieures ou égales à 6.

3. Si x et y sont deux réels vérifiant respectivement $9 < x < 20$ et $3 < y < 5$ alors le quotient $\frac{x}{y}$ peut prendre aussi bien des valeurs supérieures ou égales à 4 que des valeurs inférieures ou égales à 3.

Equations, Inéquations

On considère la droit D représentée sur le graphique ci-contre : Le coefficient directeur de D est égal à :



1. $0,75$
2. $0,5$
3. $\frac{7}{3}$
4. $\frac{3}{7}$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☒

Les seuls points dont on peut lire les coordonnées de manière exacte sont les points A et B indiqués sur le graphique.
Le coefficient directeur de D est : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{7}$
Attention : Il ne faut pas confondre coefficient directeur et ordonnée à l'origine (qui correspond à l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0) et qui est égal au nombre b dans l'équation $y = ax + b$.

Equations, Inéquations

Si $-7 < x < 5$ et $2 < y < 8$ alors

1. $-5 < x + y < 13.$
2. $-9 < x - y < -3.$
3. $-15 < x - y < 3.$
4. $-14 < xy < 40.$

Mathématiques

Réponses 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☐

2. Si x et y sont deux réels vérifiant respectivement $-7 < x < 5$ et $2 < y < 8$ alors la différence $x - y$ peut prendre aussi bien des valeurs supérieures ou égales à -3 que des valeurs inférieures ou égales à -9.

4. Si x et y sont deux réels vérifiant respectivement $7 < x < 5$ et $2 < y < 8$ alors on a bien $xy < 40$. Cependant, le produit xy peut prendre des valeurs inférieures ou égales ?a -14.

Mathématiques

Equations, Inéquations

On considère le système $\left\{ \begin{array}{l} 10x + 35y = 30 \\ 6x + 21y = 18 \end{array} \right.$

1. Ce système admet une infinité de solutions.
2. Ce système admet une unique solution.
3. Ce système n'admet pas de solution.
4. Ce système est équivalent à $2x + 7y = 6$.

Mathématiques

Réponses $1:\boxtimes$ $2:\square$ $3:\square$ $4:\boxtimes$

On commence par simplifier les équations. Tous les coefficients de la première ligne sont des multiples de 5 tandis que tous les coefficients de la seconde ligne sont des multiples de 3. Ainsi,

$$\left\{\begin{array}{l} 10x+35y=30 \\ 6x+21y=18 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l} 2x+7y=6 \\ 2x+7y=6 \end{array}\right. \iff 2x+7y=6$$

Ainsi, les *propositions "Ce système admet une infinité de solutions." et "Ce système est équivalent à* $2x+7y=6$." sont vraies. Par suite, les *deux propositions restantes sont fausses*.

uniscle
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Equations, Inéquations

L'équation $e^{2x} - 3e^{x} - 10 = 0$
Coup de pouce : Il faut penser à effectuer le changement de variables $X = e^{x}$.

1. admet deux solutions réelles distinctes.
2. n'admet pas de solution réelle.
3. admet $\ln(5)$ comme unique solution réelle.
4. admet une infinité de solutions réelles.

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \boxtimes$ $4 : \square$

Pour $x \in \mathbb{R}$, on a :

$e^{2x} - 3e^x - 10 = 0 \iff X^2 - 3X - 10 = 0 \quad \text{et } X = e^x$

$\iff (X = -2 \text{ ou } X = 5 \quad \text{et } X = e^x$

$\iff e^x = -2 \text{ ou } e^x = 5$

$\iff x = \ln(5)$

puisque l'équation $e^x = -2$ n'a pas de solution réelle.

Ainsi, la *Proposition "admet* $\ln(5)$ comme unique solution réelle" est vraie tandis que $les autres Propositions sont fausses.$

Equations, Inéquations

Mathilde déclare : ”J’ai deux frères de moins que de sœurs”. Son frère Luc lu répond : ’J’ai deux fois plus de sœurs de que frères”.

1. La famille compte huit enfants.
2. La famille comprend deux filles.
3. La famille comprend cinq garçons.
4. La famille comprend plus de filles que de garçons.

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☒

On note x le nombre de filles et y le nombre de garçons. Ces deux nombres vérifient le système :

$$\begin{cases} -x + y = -3 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$$

En ajoutant les deux équations, on obtient $-y = -5$, soit $y = 5$. En reportant cette valeur dans l'une des deux lignes du système, on déduit que $x = 8$. Ainsi, les *Propositions "La famille comprend cinq garçons" et "La famille comprend plus de filles que de garçons"* sont vraies tandis que *les autres Propositions sont fausses*.

Soit x un réel.

1. si $x^2 \geq 4$, alors $x \geq 2$
2. si $\frac{1}{x} \geq -1$ et $x \neq 0$, alors $x \leq -1$
3. si $1 \leq \sqrt{x} \leq 3$, alors $1 \leq x \leq 9$
4. si $1 \leq |x| \leq 3$, alors $1 \leq x \leq 3$

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \boxtimes$ $4 : \square$

1. si $x = -5$, l'hypothèse est vérifiée $(x^2 = 25 \geq 4)$ mais la conclusion est incorrecte.
2. si $x = 2$, l'hypothèse est vérifiée $\left(\frac{1}{x} = 0,5 \geq -1\right)$ mais la conclusion est incorrecte.
4. si $x = -2$, l'hypothèse est vérifiée $(1 \leq |x| \leq 3)$ mais la conclusion est incorrecte.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soient les suites (u_n) et (v_n) définies par $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = 1 + \frac{2}{n}$ et $v_n = 1 + \frac{1}{2n}$
Soit P la proposition $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n \geq v_n$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse $1 : \boxtimes$ $2 : \square$

L'inéquation $1 + \frac{2}{n} \geq 1 + \frac{1}{2n}$ est équivalente à $\frac{2}{n} \geq \frac{1}{2n}$ et cette dernière inégalité est vraie pour tout n entier naturel non nul.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe. Soient f et g les fonctions numériques données par $f(x) = 5$ et $g(x) = e^x$. Soit P la proposition $\exists x \in \mathbb{R},\ g(x) < f(x)$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Il existe des nombres réels dont l'exponentielle est strictement plus petite que 5. Par exemple, pour $x = 0$, $e^0 = 1 < 5$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} ; x^2 = y^2$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Il suffit de prendre $x = y$.

uniscie
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Logique et raisonnements

L'énoncé "Tout multiple de 3 est pair" est une proposition

1. OUI, car on peut décider si elle est vraie ou fausse
2. NON, car on ne sait pas si elle est vraie ou fausse

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

L'énoncé "Tout multiple de 3 est pair" est une proposition car on peut décider si elle est vraie ou fausse.
On rappelle ici qu'une proposition est un énoncé dont on peut dire s'il est vrai ou faux.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe. Soit I l'intervalle $[0,1]$ et f la fonction de I dans $\mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x(x-1)$. Soit P la proposition $\exists x \in I,\ f(x) < 0$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

En effet, $\frac{1}{2} \in I,\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

L'énoncé "Soit x un nombre réel" est une proposition

1. NON, car on ne peut dire si elle est vraie ou fausse
2. OUI, car on peut décider si elle est vraie ou fausse
3. NON, car elle ne contient pas de verbe

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

L'énoncé "Soit x un nombre réel" n'est pas une proposition car on ne peut décider si elle est vraie ou fausse.
On rappelle ici qu'une proposition est un énoncé dont on peut dire s'il est vrai ou faux.

Mathématiques

Logique et raisonnements

L'énoncé "x^2 est un carré" est une proposition

1. OUI, car elle est vraie ou fausse
2. NON, car on ne sait pas si elle est vraie ou fausse

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

L'énoncé "x^2 est un carré" n'est pas une proposition car x n'étant pas défini, on ne sait pas si elle est vraie ou fausse.
On rappelle ici qu'une proposition est un énoncé dont on peut dire s'il est vrai ou faux.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit C l'ensemble des carrés du plan et R l'ensemble des rectangles du plan. Soit P la proposition : Tout rectangle du plan est un carré. La proposition P se traduit par :

1. $\exists c \in C;\ c \in R.$
2. $\forall c \in R;\ c \in C.$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

On remarque que cette proposition est fausse.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Soit P la proposition : $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ f(x) \leq y$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Dans $\mathbb{R}$ il n'existe pas de nombre plus grand que tous les nombres et, en particulier, il n'y a pas de nombre réel plus grand que tous les nombres carrés.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit (u_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = \frac{1}{n}$. Cocher la ou les propositions vraies :

1. $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \geq 1.$
2. $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \leq 1.$
3. $\exists n \in \mathbb{N}^*, u_n > 1.$
4. $\exists n \in \mathbb{N}^*, u_n \leq 1.$

Mathématiques

Réponses

1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐
4 : ☒

Les bonnes réponses sont 2 et 4 puisque pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{n}$ est inférieur ou égal à 1.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit (u_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = n^2 + 1$. Cocher la ou les propositions vraies :

1. $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 1$.
2. $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \geq 2$.
3. $\exists n \in \mathbb{N}^*, u_n > 3$.
4. $\exists n \in \mathbb{N}, u_n \leq 1$.

Mathématiques

$\sum_{n-1}^{\infty} \alpha_n$

Réponses

$1:\boxtimes$ $2:\square$ $3:\boxtimes$
$4:\boxtimes$

Les bonnes réponses sont 1, 3 et 4 puisque pour $n \in \mathbb{N},\ n^2+1$ est supérieur ou égal à 1. En particulier $u_0 = 1,\ u_1 = 2$ et $u_2 = 5$.

unisciel
les sciences, l'essentiel

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}\ ;\ x+y=1$.

1. P est fausse.
2. P est vraie.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Soit $x \in \mathbb{R}$, si on pose $y = 1 - x$, on a bien trouvé y vérifiant $x + y = 1$.

Logique et raisonnements

L'énoncé "12 est un nombre impair" est une proposition

1. OUI, car c'est une phrase syntaxiquement correcte
2. OUI, car on peut décider si elle est vraie ou fausse
3. NON, car elle est fausse

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐

L’énoncé ”12 est un nombre impair” est une proposition car on peut décider si elle est vraie ou fausse.
On rappelle ici qu’une proposition est un énoncé dont on peut dire s’il est vrai ou faux.

Mathématiques

Logique et raisonnements

Soit l'énoncé : Tout carré du plan est un rectangle du plan. On peut le traduire par :

1. Il existe un carré qui est aussi un rectangle.
2. Un carré est un rectangle.
3. Tous les carrés sont des rectangles.
4. Tous les rectangles sont des carrés.

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☒ 4 : ☐

Les bonnes réponses sont 2 et 3 car, par définition, tout carré du plan est un rectangle dont les cotés sont de mêmes longueurs. Dans la réponse 2, un carré signifie en langage commun tout carré.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ x = 5\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R};\ x = 5\}$
Soit P la proposition $\forall x \in B,\ x \in A$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \boxtimes$

En effet, A est un ensemble de couples d'éléments de $\mathbb{R}$ tandis que B est un ensemble de nombres réels.

Logique et raisonnements

Soient les suites (u_n) et (v_n) définies par $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n = 1 + \frac{2}{n}$ et $v_n = 1 + \frac{1}{2n}$
Soit P la proposition $\exists n \in \mathbb{N}^*, \ u_n < v_n$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

L'inéquation $1 + \frac{2}{n} < 1 + \frac{1}{2n}$ est équivalente à $\frac{2}{n} < \frac{1}{2n}$ et cette dernière inégalité est fausse pour tout n entier naturel non nul.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Cocher les affirmations vraies :

1. $\forall x \in [0,1]; x \leq 0$.
2. $\forall x \in [0,1]; x < \frac{1}{2}$.
3. $\exists x \in [0,1]; x < \frac{1}{2}$.

Mathématiques

Réponses $1 : \boxtimes$ $2 : \square$ $3 : \boxtimes$

2. Faux car $1 > \frac{1}{2}$ et $1 \in [0, 1]$

Soient A et B deux propositions. On sait que la réciproque de "$A \Rightarrow B$" c'est-à-dire de "si A, alors B" est "$B \Rightarrow A$". Soit $x \in \mathbb{R}$. Soit la proposition "Si $x > 0$, alors $x > 2$. Sa réciproque est :

1. Vraie
2. Fausse

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

La bonne réponse est ”vraie” car la réciproque de la proposition donnée est ”Si $x > 2$ alors $x > 0$”.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition : $\exists x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}\ ;\ x + y \geq 1$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Il suffit de prendre, par exemple, $x = 12$ et $y = 0$.

Logique et raisonnements

Soit la proposition : Il existe des nombres réels qui sont solutions de l'équation $(x^2+1)(x^2-1)=0$. Cette proposition est vraie car :

1. Les nombres 1 et -1 vérifient l'équation.
2. Tout nombre réel est un carré.
3. Le nombre -1 n'est pas un carré.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

Les nombres 1 et -1 annulent $(x^2 - 1)$.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition : $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ x + y \geq 1$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

$\sum_{n-1}^{\infty} \alpha_n$

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

En effet, si on prend $x = -1$ et $y = 0$, la somme vaut -1 et elle n'est pas supérieure à 1.

unisciel
les sciences, l'essentiel

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\exists x \in \mathbb{R}, \quad (x > 0 \text{ ou } x < 1)$. La proposition P est

1. *vraie*.
2. *fausse*.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Il y a des nombres réels positifs et d'autres inférieurs à 1.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\forall x \in \mathbb{R}, \quad (x > 0$ et $x < 1)$. La proposition P est

1. *vraie*.
2. *fausse*.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Tous les nombres réels ne sont pas compris entre 0 et 1.

uniscle
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Logique et raisonnements

L'énoncé "Le carré d'un nombre réel est positif" est une proposition

1. OUI, car on peut décider si elle est vraie ou fausse
2. NON, car on ne sait pas si elle est vraie ou fausse
3. OUI, car c'est une phrase syntaxiquement correcte

$\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

L'énoncé "Le carré d'un nombre réel est positif" est une proposition, car on peut décider si elle est vraie ou fausse.
On rappelle ici qu'une proposition est un énoncé dont on peut dire s'il est vrai ou faux.

On sait que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soient f et g les fonctions numériques données par $f(x) = 4$ et $g(x) = e^x$. Soit P la proposition $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) < f(x)$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Il existe des nombres réels dont l’exponentielle est plus grande que 4.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit I l'intervalle $[0, 1]$ et f la fonction de I dans $\mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x(x-1)$. Soit P la proposition $\forall x \in I,\ f(x) \neq 0$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

En effet, $0 \in I$ et $f(0) = 0$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ x + y = 1$.

1. P est fausse.
2. P est vraie.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

S'il existait un tel nombre réel x, tous les réels s'écriraient $x - 1$ et donc ils seraient tous égaux, ce qui n'est pas le cas.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\forall x \in \mathbb{R}, \quad (x > 0 \text{ et } x < 1)$. La proposition P est

1. *vraie*.
2. *fausse*.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Tous les nombres réels ne sont pas compris entre 0 et 1.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit X l'ensemble des multiples positifs (dans $\mathbb{N}$) de 3. Cocher les affirmations vraies :

1. $\forall x \in X,\ \exists k \in \mathbb{N}\ ;\ x = 3k.$
2. $\forall k \in \mathbb{N}\ ;\ 3k \in X.$
3. $\exists x \in X,\ \forall k \in \mathbb{N}\ ;\ x = 3k.$

Mathématiques

Réponses 1 : ☒ 2 : ☒ 3 : ☐

3. Faux car sinon tous les multiples de 3 seraient égaux.

En effet, les multiples de 3 s'écrivent $3k$ avec $k \in \mathbb{N}$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$. Soit P la proposition : $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ f(x) \leq y$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Un argument possible est que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$ et donc pour $y = -20$ par exemple, $y < e^x$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

Cocher la ou les propositions fausses

1. ”10 est multiple de 3”
2. ”10 est multiple de 2”
3. ”10 est multiple de 2 et de 3”
4. ”10 est multiple de 2 ou de 3”

Mathématiques

Réponses

1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☒
4 : ☐

"10 est multiple de 3" et "10 est multiple de 2 et de 3" sont fausses.
On rappelle qu'une proposition de la forme "A et B" est faussee si au moins l'une des deux propositions A ou B est fausse. Ici la proposition "10 est multiple de 2" est fausse, tandis qu'une proposition de la forme "A ou B" est fausse si les deux propositions A ou B sont fausses.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\forall x \in \mathbb{R}, \quad (x > 0 \text{ ou } x < 1)$. La proposition P est

1. *vraie*.
2. *fausse*.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Tout nombre réel est soit positif ou nul, soit négatif et s'il est négatif, il est inférieur à 1.

Logique et raisonnements

Soit l'énoncé : Tout nombre réel positif est un carré. On peut le traduire par :

1. Il existe un nombre réel positif.
2. Tout nombre réel qui est un carré est positif.
3. Tout nombre réel positif est un carré.
4. Tout carré est positif.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☐

On sait que si x est un réel positif quelconque alors x est le carré de $+\sqrt{x}$ et $-\sqrt{x}$.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition : $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ x + y \geq 1$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

En effet, si P était vraie, il existerait $x \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $y \in \mathbb{R}$, tous les nombres de la forme $1 - y$ seraient plus petit que x. On aurait trouvé un nombre réel plus grand que tous les autres : ce qui n'est pas possible.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soient les suites (u_n) et (v_n) définies par $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = 1 + \frac{2}{n}$ et $v_n = 1 + \frac{1}{2n}$
Soit P la proposition $\exists n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = v_n$.

1. P est fausse.
2. P est vraie.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

L'existence de $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $u_n = v_n$ est équivalente à $\frac{2}{n} = \frac{1}{2n}$ ou encore à $4n = n$. Ce qui n'est pas possible ici car $n \neq 0$.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition : $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ x^2 = y^2$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

En effet, s'il existait un nombre réel x tel que, pour tout nombre réel y, $x^2 = y^2$ alors tous les carrés seraient égaux au même nombre.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit C l'ensemble des carrés du plan et R l'ensemble des rectangles du plan. Soit P la proposition : Tout carré du plan est un rectangle. La proposition P se traduit par :

1. $\exists c \in C;\ c \in R.$
2. $\forall c \in C;\ c \in R.$

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

La proposition signifie aussi que l'ensemble C est *inclus* dans l'ensemble R.

Mathématiques

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soient les suites (u_n) et (v_n) définies par $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = 1 + \frac{2}{n}$ et $v_n = 1 + \frac{1}{2n}$
Soit Q la proposition $\exists n \in \mathbb{N}^*,\ u_n > v_n$.

1. Q est vraie.
2. Q est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 3$ et $v_1 = \frac{3}{2}$ et $3 > \frac{3}{2}$. Il existe bien un entier n tel que $u_n > v_n$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

L'énoncé "Le nombre 12345 est un multiple de 3 est une proposition

1. OUI, car on peut décider si elle est vraie ou fausse
2. NON, car on ne sait pas si elle est vraie ou fausse

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

L'énoncé "Le nombre 12345 est un multiple de 3 est une proposition car on peut décider si elle est vrai ou fausse.
On rappelle ici qu'une proposition est un énoncé dont on peut dire s'il est vrai ou faux.

Mathématiques

Logique et raisonnements

L'énoncé "Le nombre n est multiple de 3 est une proposition

1. OUI, car on peut décider si elle est vraie ou fausse
2. NON, car on ne sait pas si elle est vraie ou fausse

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

L'énoncé "Le nombre n est multiple de 3 n'est pas une proposition car le nombre n n'est pas précisé et donc ne on ne peut savoir si cet énoncé est vrai ou faux.
On rappelle ici qu'une proposition est un énoncé dont on peut dire s'il est vrai ou faux.

Mathématiques

Logique et raisonnements

Coches la ou les propositions vraies

1. "10 est multiple de 3"
2. "10 est multiple de 2"
3. "10 est multiple de 2 et de 3"
4. "10 est multiple de 2 ou de 3"

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☒

”10 est multiple de 2” et ”10 est multiple de 2 ou de 3” sont vraies.
On rappelle qu'une proposition de la forme ”A ou B” est vraie si au moins l'une des deux propositions A ou B est vraie. Ici la proposition ”10 est multiple de 2” est vraie.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Soit P la proposition : $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}\ ;\ f(x) \leq y$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Pour un x réel donné, il suffit de prendre $y = x^2 + 1$, on aura bien $x^2 \leq y$.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\exists x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}\ ;\ x + y = 1.$

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

Il suffit de prendre, par exemple : $x + y = 1$.

Logique et raisonnements

Soient A et B deux propositions. On sait que la négation de la proposition $A \Rightarrow B$, c'est-à-dire de "si A alors B" est la proposition "A et on B". Soit la proposition "Qui dort dîne". La négation de cette proposition est :

1. "Qui ne dort pas, ne dîne pas".
2. "On peut dormir et ne pas dîner".
3. "Qui ne dîne pas, ne dort pas".
4. "On peut dormir ou ne pas dîner".

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

La proposition ”Qui dort dîne.” peut se traduire pas ”Dormir implique dîner.” et donc, la bonne réponse est ”On peut dormir et ne pas dîner”.

Mathématiques

Logique et raisonnements

Soient A et B deux propositions. On sait que la contraposée de "$A \Rightarrow B$" c'est-à-dire de "si A, alors B" est "$(non B) \Rightarrow (non A)$". Soit la proposition "Qui dort dîne". La contraposée de cette proposition est :

1. "Qui ne dort pas, ne dîne pas".
2. "On peut dormir et ne pas dîner".
3. "Qui ne dîne pas, ne dort pas".
4. "On peut dormir ou ne pas dîner".

Mathématiques

Réponse

1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒
4 : ☐

La proposition ”Qui dort dîne.” peut se traduire pas ”Dormir implique dîner.” et donc, la bonne réponse est ”Qui ne dîne pas, ne dort pas”.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe. Soit I l'intervalle $[0, 1]$ et f la fonction de I dans $\mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x(x-1)$. Soit P la proposition $\exists x \in I,\ f(x) \leq 0$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐

En effet, $0 \in I$ et $f(0) = 0$.

Logique et raisonnements

Cocher la ou les propositions vraies

1. "6 est multiple de 3"
2. "6 est multiple de 2"
3. "6 est multiple de 2 et de 3"
4. 6 est multiple de 2 ou de 3

Mathématiques

$\sum_{n-1}^{\infty} \alpha_n$

Réponses

1 : ☒ 2 : ☒ 3 : ☒ 4 : ☒

On rappelle qu'une proposition de la forme "A et B" est vraie si les propositions A et B sont vraies tandis qu'une proposition de la forme "A ou B" est vraie si au moins l'une des deux propositions A ou B est vraie.

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe. Soit I l'intervalle $[0,1]$ et f la fonction de I dans $\mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x(x-1)$. Soit P la proposition $\exists x \in I,\ f(x) \neq 0$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse $1 : \boxtimes$ $2 : \square$

En effet, $\frac{1}{2} \in I,\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

On sait que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit I l'intervalle $[0,1]$ et f la fonction de I dans $\mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x(x-1)$. Soit P la proposition $\forall x \in I,\ f(x) > 0$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \boxtimes$

En effet, $\frac{1}{2} \in I,\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Mathématiques

Logique et raisonnements

Soit I l'intervalle $[0, 1]$ et f la fonction de I dans $\mathbb{R}$ donnée par $f(x) = x(x-1)$. Soit P la proposition $\exists x \in I,\ f(x) = 0$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse $1 : \boxtimes$ $2 : \square$

En effet, $0 \in I$ et $f(0) = 0$.

Logique et raisonnements

On sait que le symbole $\exists$ signifie et se lit il existe et que le symbole $\forall$ signifie et se lit pour tout. Soit P la proposition $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ ;\ x + y = 1$.

1. P est vraie.
2. P est fausse.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒

Par exemple : $1 + 1 = 2$.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, soient A et B deux points distincts fixés. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ est :

1. une droite.
2. une droite privée d'un point.
3. un cercle.
4. un cercle privé de deux points.

Mathématiques

Réponse 1 : $\boxtimes$ 2 : $\square$ 3 : $\square$ 4 : $\square$

Rechercher l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ est équivalent à rechercher l'ensemble des points M tels que le triangle AMB soit rectangle en M ; un résultat classique de géométrie de Collège (cercle circonscrit à un triangle rectangle) permet donc de dire que l'ensemble cherché est le cercle de diamètre $[AB]$.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les plans (P) et (Q) suivants : $(P) : -2x+7y+3z+2=0$ et $(Q) : 5x+y+z-9=0$
Ces plans sont :

1. strictement parallèles.
2. perpendiculaires.
3. confondus.
4. sécants.

Mathématiques

Réponses 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☒

Dans un repère orthonormé de l'espace, un plan d'équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$ a pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

Dans ce cas, la position relative de deux plans peut être déterminée à l'aide d'un vecteur normal à chacun d'eux.

(P) a pour vecteur normal $\vec{p}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ et (Q) a pour vecteur normal $\vec{q}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Et : $\vec{p}.\vec{q} = -2 \times 5 + 7 \times 1 + 3 \times 1 = 0$

Ces deux plans sont donc perpendiculaires, et en particulier sécants.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, soient A et B deux points distincts fixés. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ est :

1. une droite.
2. une droite privée d'un point.
3. un cercle.
4. un cercle privé de deux points.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☐

Si M est distinct de A, la condition $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ équivaut à (AM) perpendiculaire à (AB).
Et si M et A sont confondus, la condition est également vérifiée.
L'ensemble cherché est donc la droite perpendiculaire à (AB) passant par A.

Mathématiques

Nombres réels et complexes

Soit A le point d'affixe $2+i$ et B le point d'affixe $2-i$. L'ensemble de tous les points M d'affixe z tel que $|z-2+i|=3$ est :

1. Le cercle de centre A et de rayon 3
2. Le cercle de centre B et de rayon $\sqrt{3}$
3. Le cercle de centre B et de rayon 3.

Mathématiques

Réponse $1:\square$ $2:\square$ $3:\boxtimes$

Pour n'importe quels points A, B d'affixe z_A, et z_B, $|z_A z_B| = AB$.
Soient (E) l'ensemble de tous les points M d'affixe z tel que $|z2+i| = 3$ et le point B d'affixe $2-i$.
Un point M d'affixe z appartient à (E) si, et seulement si $BM = |z(2i)| = |z2+i| = 3$.
Donc, (E) est le cercle de centre B, d'affixe $2-i$ et de rayon 3

L'équation $(E) : (z-2)^2 = -4$

1. n'a pas de solution.
2. a deux solutions complexes conjuguées.
3. a une solution double.
4. a deux solutions imaginaires pures.

Mathématiques

Réponse

1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

Si i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$, alors pour tout réel $A > 0$,
$X^2 = -A \Leftrightarrow X = i\sqrt{A}$ ou $X = -i\sqrt{A}$
Donc : (E) : $(z-2)^2 = -4 \Leftrightarrow (z-2 = 2i)$ ou $(z-2 = -2i) \Leftrightarrow (z = 2+2i)$ ou $(z = 2-2i)$

uniscle
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Nombres réels et complexes

Soit i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$. Et, pour tout nombre complexe z, notons par $\overline{z}$ le conjugué de z. L'équation (E) : $\frac{\overline{z}}{z-1} = 2$

1. a une seule solution imaginaire pure $z = i$.
2. a une seule solution réelle $z = 1$.
3. a une seule solution réelle $z = 2$.
4. n'a pas de solution.

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☒ 4 : ☐

Prenons la forme algébrique de z : $z = x + iy$. On obtient :

$$\frac{\overline{z}}{z-1} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 2\overline{z} = 2(z-1),\ z \neq 1 \quad \Leftrightarrow \quad x - iy = 2(x - 1 + iy), \quad (x;y)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 2(x-1) \\ -y & = & 2y \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow z = 2$$

Pour tout nombre complexe z, notons la partie réelle et la partie imaginaire de z respectivement par $Re(z)$ et $Im(z)$. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, l'ensemble (E) des points M d'affixe z tel que $Im(z) = Re(z)^2$ est :

1. un point.
2. un cercle.
3. une hyperbole.
4. une parabole.

Mathématiques

Réponse

1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☐
4 : ☒

Tout nombre complexe z est associé à un point $M(x; y)$ avec $x = Re(z)$ et $y = Im(z)$.
Dans ce cas, un point M du plan appartient à (E) si, et seulement si M a pour coordonnées $(x; x^2)$.
Autrement dit, l'ensemble (E) des points M d'affixe z tel que $Im(z) = Re(z)^2$ est la droite d'équation $y = x^2$.

Mathématiques

Nombres réels et complexes

L'équation $(E) : 3z^2 - 2z = 1$

1. a une seule solution réelle.
2. a deux solutions réelles distinctes.
3. a deux solutions complexes conjuguées.
4. n'a pas de solution.

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$ $4 : \square$

Attention On a envie d'écrire :$(E) : 3z^2 - 2z = 1 \Leftrightarrow z(3z-2) = 1$
Malheureusement, une équation de type produit est une équation de la forme $A \times B = 0$. Donc, (E) *n'est pas une équation de type produit !*
Ramenons notre équation à une équation du second degré : $(E) \Leftrightarrow 3z^2 - 2z - 1 = 0$
Et la résolution de la dernière équation nous donne deux solutions $(z_1 = 1)$ et $(z_2 = -\frac{1}{3})$

L'équation (E) : $(z-3+4i)(z-3-4i)=25$ a deux solutions :

1. $z_1 = 8+4i$ et $z_2 = 8-4i$;
2. $z_1 = -2+4i$ et $z_2 = -2-4i$;
3. $z_1 = -2+4i$ et $z_2 = 8+4i$;
4. $z_1 = 0$ et $z_2 = 6$.

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \square$ $3 : \square$ $4 : \boxtimes$

Une équation de type produit est une équation de la forme $A \times B = 0$. Donc, notre équation *n'est pas une équation de type produit*.

Ramenons notre équation à une équation du second degré :

$(E) : (z-3+4i)(z-3-4i) = 25$

$\Leftrightarrow (z-3)^2 + 16 = 25$

$\Leftrightarrow (z-3)^2 = 9$

$\Leftrightarrow (z-3=3)$ ou $(z-3=-3)$

$\Leftrightarrow (z=6)$ ou $(z=0)$

Nombres réels et complexes

Le système d'équation (S) : $\left\{\begin{array}{ccc} z_1 + z_2 & = & 3 \\ z_1 z_2 & = & 5 \end{array}\right.$

1. a deux solutions complexes conjuguées.
2. n'a pas de solution.
3. a quatre solutions complexes deux à deux conjuguées.

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐

On a :

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 3 \\ z_1 z_2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_2 = 3 - z_1 \\ z_1(3 - z_1) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} z_2 = 3 - z_1 \\ z_1^2 - 3z_1 + 5 = 0 \end{cases}$$

Dans ce cas, la résolution du dernier système nous donne deux solutions :

$\left(z_1 = \frac{3-i\sqrt{11}}{2};\ z_2 = \frac{3+i\sqrt{11}}{2}\right)$ et $\left(z_1 = \frac{3+i\sqrt{11}}{2};\ z_2 = \frac{3-i\sqrt{11}}{2}\right)$

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Nombres réels et complexes

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$, l'ensemble des points M d'affixe z tels que $z+2-3i$ ait pour argument $\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$, est :

1. une droite.
2. une droite privée d'un point.
3. un cercle.
4. un cercle privé de deux points.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

On rappelle que, si P et Q sont deux points d'affixes respectives z_P et z_Q avec $z_P \neq z_Q$, alors $arg(z_P - z_Q) = (\vec{u}, \overrightarrow{PQ}) + 2k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$
Ici, soit A le point d'affixe $z_A = -2+3i$; la condition $arg(z+2-3i) = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ est équivalente à $(\vec{u}, \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{3} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$, l'ensemble des points M cherchés est donc la droite (d) passant par A, faisant un angle de $\frac{\pi}{3}$ avec l'axe des abscisses mais privée de A car il n'y a pas d'angle de vecteurs si $\overrightarrow{AM} = \vec{0}$.

Mathématiques

Intégration

L'intégrale $\displaystyle\int_1^e \frac{2x^2+1}{x}dx$ est égale à : *Coup de pouce*

Pour trouver une primitive de $\frac{2x^2+1}{x}$ sur $[1;e]$, il faut peser à écrire cette fonction comme une somme de deux fractions.

1. e^2
2. e^2+e-2
3. $-e^2$
4. $\frac{2e^2+1}{e}-3$

Mathématiques

Réponse $1 : \boxtimes$ $2 : \square$ $3 : \square$ $4 : \square$

Theroème
Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle $[a; b]$ de $\mathbb{R}$ et soit F une primitive de f sur $[a; b]$.

L'intégrale de f entre a et b est égale au nombre : $\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b) - F(a)$.

Il faut commencer par déterminer une primitive de $\frac{2x^2+1}{x}$ sur $[1; e]$.
Or $\frac{2x^2+1}{x} = \frac{2x^2}{x} + \frac{1}{x} = 2x + \frac{1}{x}$.
Comme on a $x > 0$ sur $[1; e]$, $x^2 + \ln x$ est une primitive de $\frac{2x^2+1}{x}$ sur $[1; e]$.
D'où : $I = \left[x^2 + \ln x\right]_1^e = e^2 + \ln e - 1 - \ln 1 = e^2$.
Rappel : $\ln 1 = 0$ et $\ln e = 1$.

Intégration

Si $a \neq 0$, une primitive de $\cos(ax+b)$ est :

1. $-\frac{1}{a}\sin(ax+b)$
2. $\sin(ax+b)$
3. $-a\sin(ax+b)$
4. $\frac{1}{a}\sin(ax+b)$

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☒

Propriété :
Si f est définie sur un intervalle I et si f admet une primitive F, alors $F'(x) = f(x)$ pour tout x de I.
Il est fondamental de connaître par cœur une primitive de $\cos(ax+b)$ ou $\sin(ax+b)$.
Cependant, en cas de doute, on peut vérifier en dérivant les réponses proposées, à l'aide des formules classiques :
$(\sin u)' = u' \cos u$ et $(\cos u)' = -u' \sin u$
Si $F(x) = \frac{1}{a}\sin(ax+b)$, alors $F'(x) = \frac{1}{a} \times a\cos(ax+b) = \cos(ax+b)$

Mathématiques

Intégration

Si $a \neq 0$, une primitive de $\sin(ax+b)$ est :

1. $-\frac{1}{a}\cos(ax+b)$
2. $-\cos(ax+b)$
3. $a\cos(ax+b)$
4. $\frac{1}{a}\cos(ax+b)$

Mathématiques

Réponse

1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☐

Il est fondamental de connaître par cœur une primitive de $\cos(ax+b)$ ou $\sin(ax+b)$.
Cependant, en cas de doute, on peut vérifier en dérivant les réponses proposées, à l'aide des formules du cours.
Si $F(x) = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)$, alors $F'(x) = -\frac{1}{a} \times (-a\sin(ax+b)) = \sin(ax+b)$

unisciel
les sciences, l'essentiel

Intégration

Si $a \neq 0$, une primitive de e^{ax+b} est :

1. e^{ax+b}
2. $\frac{1}{a}e^{ax+b}$
3. $\frac{1}{a}e^{ax}$
4. ae^{ax+b}

Mathématiques

Réponse 1 : ☐ 2 : ☒ 3 : ☐ 4 : ☐

Définition :
Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
La fonction F est *une primitive* de f sur I si pour tout x de I, on a $F'(x) = f(x)$.
Propriété :
Pour toute fonction dérivable u, on a :
$(e^u) = u'e^u$
Il est fondamental de connaître par cœur une primitive de e^{ax+b}.
Cependant, en cas de doute, on peut vérifier en dérivant les réponses proposées, à l'aide des formules du cours.
Si $F(x) = \frac{1}{a}e^{ax+b}$, alors $F'(x) = \frac{1}{a} \times ae^{ax+b} = e^{ax+b}$

Mathématiques

Intégration

L'intégrale $\displaystyle\int_1^2 \left(x - \frac{1}{x^2}\right) dx$ est égale à : *Coup de pouce*
Une primitive de $x - \frac{1}{x^2}$ sur $[1;2]$ est la somme de deux primitives de fonctions de référence.

1. 1
2. 2
3. -1
4. $-\frac{9}{8}$

Mathématiques

Réponse 1 : ☒ 2 : ☐ 3 : ☐ 4 : ☐

Théorème
Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle $[a;b]$ de $\mathbb{R}$ et soit F une primitive de f sur $[a;b]$.

L'intégrale de f entre a et b est égale au nombre : $\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b) - F(a)$.

Une primitive de $x - \frac{1}{x^2}$ sur $[1;2]$ est $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$.

D'où : $I = \left[\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}\right]_1^2 = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 = 1$.

unisciel
les sciences, l'essentiel

Mathématiques

Intégration

Soit f une fonction deux fois dérivable sur I. L'intégrale $\int_a^b f'(t)dt$ est égale à

1. $f''(a) - f''(b)$
2. $f''(b) - f''(a)$
3. $f(b) - f(a)$
4. $f(a) - f(b)$

Mathématiques

Réponse $1 : \square$ $2 : \boxtimes$ $3 : \square$ $4 : \square$

La bonne réponse est $f(b) - f(a)$. C'est une conséquence directe du théorème fondamental de l'intégration, dont une formulation est la suivante :
Théorème : Si g est une fonction continue sur un intervalle I contenant a et b, on a $\int_a^b g(t)dt = G(b) - G(a)$ où G désigne une primitive quelconque de g sur I.
On l'applique ici à la fonction f', dont une primitive est f. Attention dans cette question à ne pas confondre primitive et dérivée : la fonction f a pour dérivée f', donc f est une primitive de la
fonction f', alors que f'' est la dérivée de la fonction f'.

Entrée
Saisir un nombre entier naturel non nul N.
Traitement
Affecter à U la valeur 0
Pour k allant de 1 à N faire
| Affecter à U la valeur $2U+3$
Fin Pour
Sortie
Afficher U
Quel est l'affichage en sortie lorsque $N=3$?

1. 3
2. 21
3. 1
4. 0

Mathématiques

Réponse $1:\square$ $2:\boxtimes$ $3:\square$ $4:\square$

On peut dérouler la pour "Pour" de l'algorithme dans un tableau :
VariablesInitialisation et entréeBoucle "Pour" k / $k=1$ $k=2$ $k=3$ N 3 3 3 3 U 0 $2\times 0+3=3$ $2\times 3+3=9$ $2\times 9+3=21$
L'affichage sera la dernière valeur prise par U c'est-à-dire 21.